

12. वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

उदाहरण-1 एक वृत्ताकार खेत पर 24 रु प्रतिमीटर की दर से बाड़ लगाने का व्यय 5280 रु है। इसे खेत की 0.50 रु प्रति वर्ग मीटर की दर से जुताई कराई जानी है। खेत की जुताई कराने का व्यय ज्ञात कीजिए ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)।

हल:-

माना वृत्त की परिधि x मीटर है।

बाड़ लगाने का खर्चा = 5280

$$24x = 5280$$

$$x = \frac{5280}{24}$$

$$x = \boxed{220 \text{ मीटर}}$$

$$\Rightarrow 220 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$\frac{220 \times 7}{2 \times 22} = r$$

$$\boxed{35 \text{ मीटर} = r}$$

$$\text{खेत का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 35 \times 35$$

$$= (22 \times 5 \times 35) \text{ वर्ग मीटर}$$

खेत की जुताई का व्यय

$$1 \text{ वर्ग मीटर का व्यय} = ₹ 0.50$$

$$(22 \times 5 \times 35) \text{ वर्ग मीटर का खर्चा}$$

$$= 22 \times 5 \times 35 \times 0.50$$

$$= \boxed{₹ 1925}$$

प्रश्नावली 12.1

प्रश्न-1 दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 19cm और 9cm हैं। उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि इन दोनों वृत्तों की परिधियों के योग के बराबर है।

हल :-

माना पहले वृत्त की त्रिज्या r_1 है अतः $r_1 = 19\text{cm}$

माना दूसरे वृत्त की त्रिज्या r_2 है अतः $r_2 = 9\text{cm}$

माना तीसरे वृत्त की त्रिज्या r_3 है।

दिया है, तीसरे वृत्त की परिधि = पहले वृत्त की परिधि + दूसरे वृत्त की परिधि

$$\Rightarrow 2\pi r_3 = 2\pi r_1 + 2\pi r_2$$

$$\Rightarrow 2\pi r_3 = 2\pi (r_1 + r_2)$$

$$\Rightarrow r_3 = r_1 + r_2$$

$$= 19 + 9 = \boxed{28\text{cm}}$$

प्रश्न-2 दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8cm और 6cm हैं। उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है।

हल :-

माना पहले वृत्त की त्रिज्या r_1 है अतः $r_1 = 8\text{cm}$

माना दूसरे वृत्त की त्रिज्या r_2 है अतः $r_2 = 6\text{cm}$

माना तीसरे वृत्त की त्रिज्या r_3 है।

दिया है, तीसरे वृत्त की क्षेत्रफल = पहले वृत्त की क्षेत्रफल + दूसरे वृत्त की क्षेत्रफल

$$\Rightarrow \pi r_3^2 = \pi r_1^2 + \pi r_2^2$$

$$\Rightarrow \pi r_3^2 = \pi (r_1^2 + r_2^2)$$

$$\Rightarrow r_3^2 = 8^2 + 6^2$$

$$\Rightarrow r_3^2 = 64 + 36 = 100$$

$$\Rightarrow r_3^2 = 100$$

$$\Rightarrow r_3 = \sqrt{100}$$

$$\Rightarrow \boxed{r_3 = 10\text{cm}}$$

प्रश्न. 3 आकृति 12.3 एक तीरंदाजी लक्ष्य को दर्शाती है, जिसमें केन्द्र से बाहर की ओर पाँच क्षेत्र GOLD, RED, BLUE, BLACK और WHITE चिह्नित हैं, जिनके अंक अर्जित किए जा सकते हैं। GOLD अंक वाले क्षेत्र का व्यास 21 cm है तथा प्रत्येक अन्य पट्टी 10.5 cm चौड़ी है। अंक प्राप्त कराने वाले इन पाँचों क्षेत्रों में से प्रत्येक का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :-

पहले (GOLD) वृत्त का व्यास $= 21\text{ cm}$

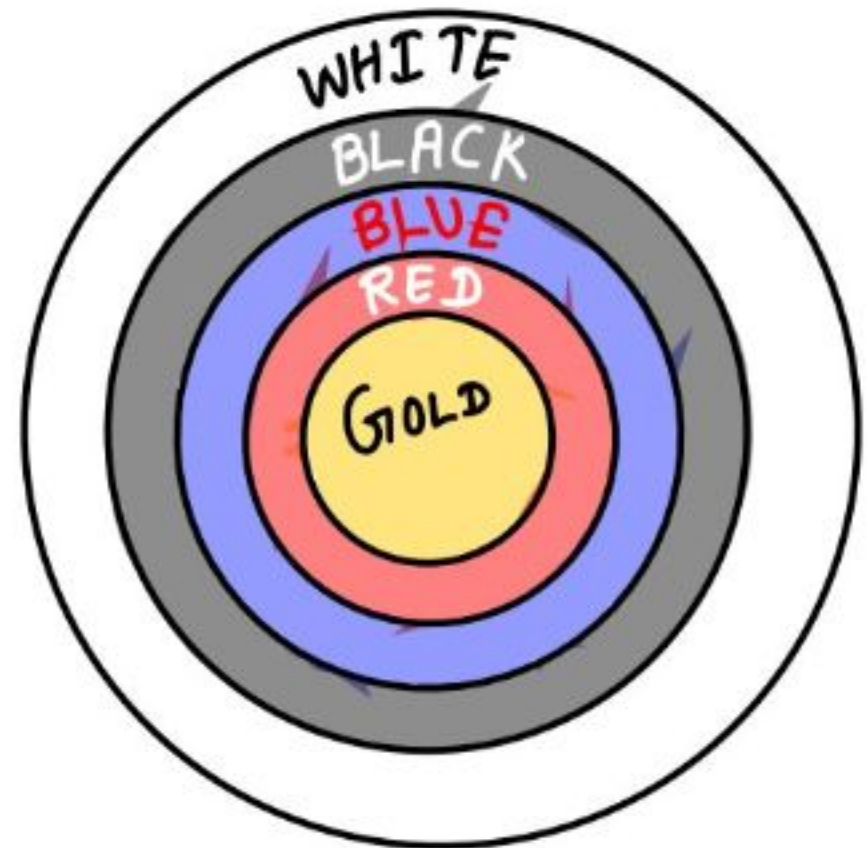
$$\text{अतः त्रिज्या} (r_1) = \frac{21}{2}\text{ cm} = 10.5\text{ cm}$$

पहले वाले वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r_1^2$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$$

$$= \frac{33 \times 21}{2}$$

$$= \boxed{346.5\text{ cm}^2}$$



दूसरे वृत्त की त्रिज्या $(r_2) = 10.5 + 10.5 = 21\text{ cm}$
दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r_2^2$

$$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

$$= 66 \times 21$$

$$= 1386\text{ cm}^2$$

RED क्षेत्र का क्षेत्रफल $=$

दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल - पहले वृत्त का क्षेत्रफल

$$= 1386 - 346.5 = \boxed{1039.5\text{ cm}^2}$$

$$\begin{aligned}\text{तीसरे वृत्त की त्रिज्या } (r_3) &= 21 + 10.5 \\ &= 31.5 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Red क्षेत्र का क्षेत्रफल} &= \text{दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल} - \text{पहले वृत्त का क्षेत्रफल} \\ &= 1386 - 346.5 \\ &= \boxed{1039.5 \text{ cm}^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{तीसरे वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r_3^2 = \frac{22}{7} \times 31.5 \times 31.5 \\ &= \boxed{3118.5 \text{ cm}^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Blue क्षेत्र का क्षेत्रफल} &= 3118.5 - 1386 \\ &= 1732.5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\text{चौथे वृत्त की त्रिज्या } (r_4) = 31.5 + 10.5 = 42 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\text{चौथे क्षेत्र का क्षेत्रफल} &= \pi r_4^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 42 \times 42 \\ &= 5544 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Black भाग का क्षेत्र.} &= \text{चौथे वृत्त का क्षेत्रफल} - \text{तीसरे वृत्त का क्षेत्रफल} \\ &= 5544 - 3118.5 = 2425.5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{पाँचवे वृत्त की त्रिज्या } (r_5) &= 42 + 10.5 \\ &= 52.5 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{पाँचवे वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 52.5 \times 52.5 \\ &= \boxed{8662.5 \text{ cm}^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{White भाग का क्षेत्रफल} &= \text{पॉचवे वृत्त का क्षेत्रफल} - \text{चौथे वृत्त का क्षेत्रफल} \\
 &= 8662.5 - 5544 \\
 &= \boxed{3118.5 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

प्रश्न-4 किसी कार के प्रत्येक पहिए का व्यास 80 cm है। यदि यह कार 66 Km प्रति घण्टे की चाल से चल रही है, तो 10 मिनट में प्रत्येक पहिया कितने चक्कर लगाता है?

हल व्यास $= 80 \text{ cm}$

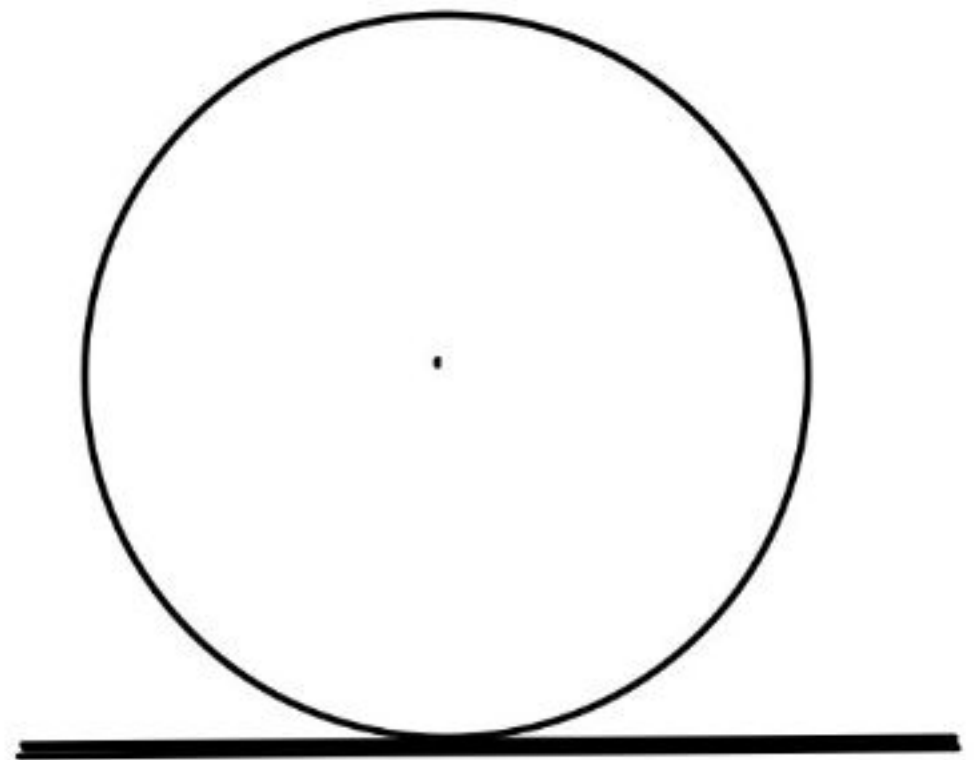
$$r = \frac{80}{2} = 40 \text{ cm}$$

$$= \frac{40}{100} = 0.4 \text{ met}$$

कार की चाल $= 66 \text{ Km} / \text{घण्टा}$

$$= \frac{66 \times 1000}{60} \text{ met/min.}$$

$$= \boxed{1100 \text{ m/min.}}$$



1 पहिये द्वारा 1 मिनट में तय की गई दूरी $= 1100 \text{ m}$

\therefore 1 पहिये द्वारा 10 मिनट में तय की गई दूरी $= 1100 \times 10 \text{ met.}$

$$= \boxed{11000 \text{ met.}}$$

पहिए द्वारा 1 चक्कर में तय गई की गई दूरी

$=$ पहिए की परिधि

$$= 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.4 \text{ met}$$

माना 1 पहिया 10 min में n चक्कर लगाता है

$$\text{अतः 10 मिनट में तय दूरी} = \left(2 \times \frac{22}{7} \times 0.4\right) \times n$$

$$\Rightarrow 11000 = 2 \times \frac{22}{7} \times 0.4 \times n$$

$$\Rightarrow \frac{11000 \times 7}{2 \times 22 \times 0.4} = n$$

$$\Rightarrow \boxed{4375 \text{ चक्कर}}$$

प्रश्न-5 यदि एक वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर हैं, तो उस वृत्त की त्रिज्या है-

- (A) 2 मात्रक (B) π मात्रक (C) 4 मात्रक (D) 7 मात्रक

हल:-

$$\text{परिमाप} = \text{क्षेत्रफल}$$

$$2\pi r = \pi r^2$$

$$\boxed{2 = r}$$

उदाहरण-2 त्रिज्या 4 cm वाले एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का एक क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 30° है। साथ ही, संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। $\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए।

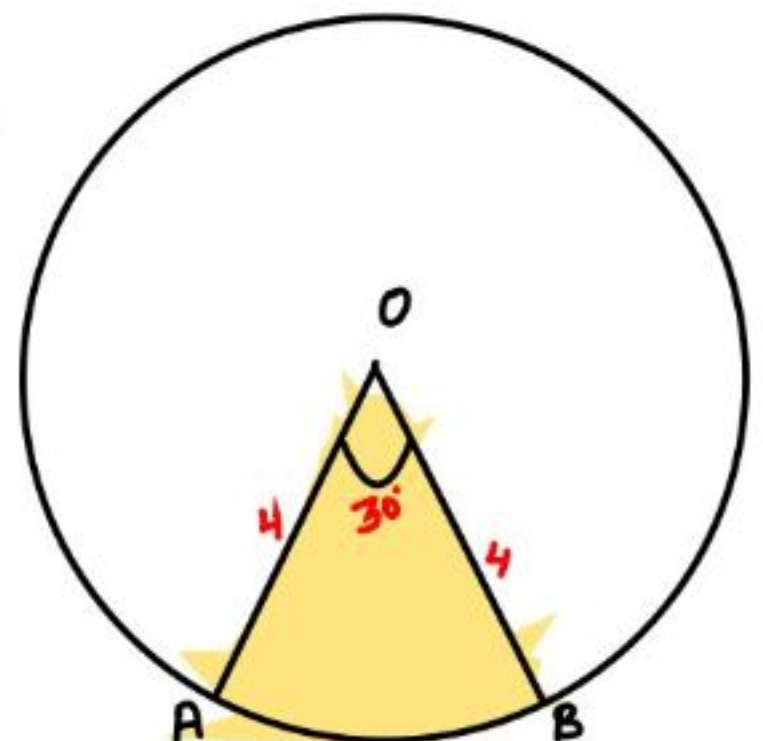
हल:-

$$\text{लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{30}{360} \times 3.14 \times 4 \times 4$$

$$= \frac{3.14 \times 4}{3}$$

$$= \boxed{4.19 \text{ cm}^2}$$



$$\begin{aligned}
 \text{दीर्घ त्रिज्या खण्ड का क्षेत्रफल} &= \frac{360-\theta}{360} \times \pi r^2 \\
 &= \left(\frac{360-30}{360} \right) \times 3.14 \times 4 \times 4 \\
 &= \frac{330 \times 3.14 \times 4 \times 4}{360} \\
 &= \boxed{46.05 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

उदाहरण- 3 आकृति 12.9 में दर्शाए गए वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि वृत्त की त्रिज्या 21 cm है और $\angle AOB = 120^\circ$ है। [$\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए]
हल:-

$$\begin{aligned}
 \text{लघु त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल} &= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \\
 &= 462 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{PB}{21}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{PB}{21}$$

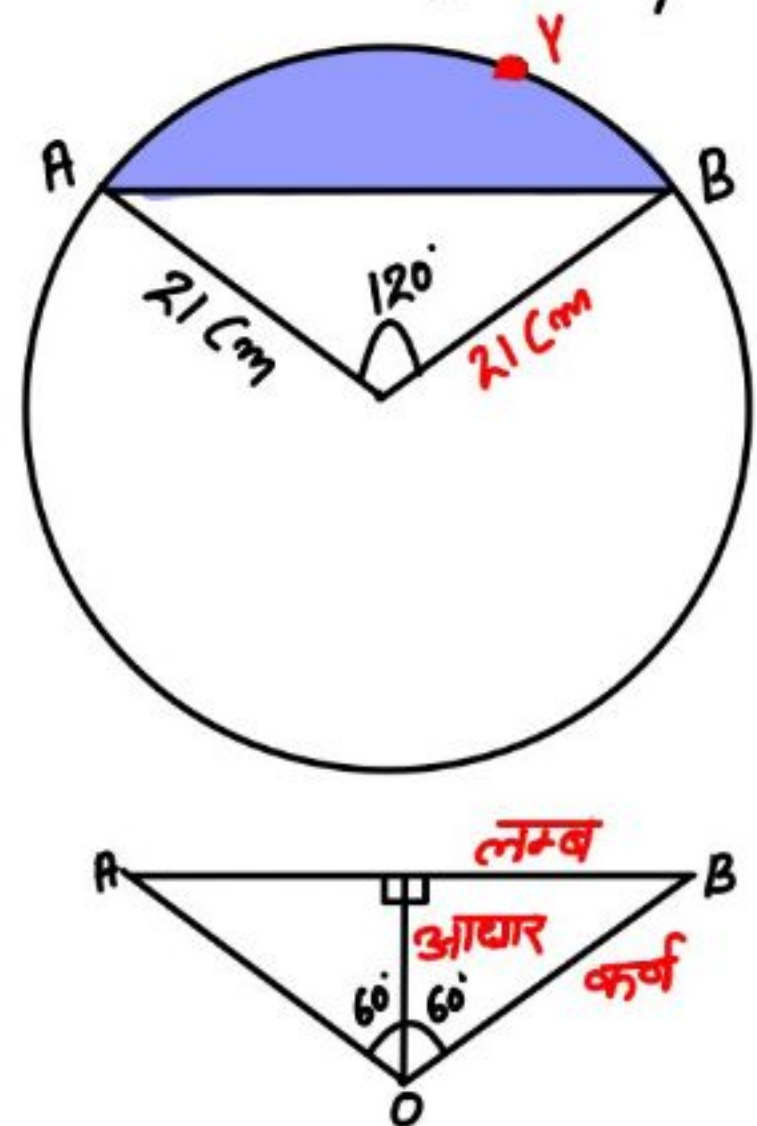
$$\boxed{\frac{21\sqrt{3}}{2} \text{ cm} = PB}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{OP}{21}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{OP}{21}$$

$$\boxed{\frac{21}{2} \text{ cm} = OP}$$



$$AB = 2(PB) = 2\left(\frac{21\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \boxed{21\sqrt{3} \text{ cm}}$$

$$\Delta OAB \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times OP$$

$$= \frac{1}{2} \times 21\sqrt{3} \times \frac{21}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{441\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2}$$

लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल = लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र. - ΔOAB का क्षेत्रफल

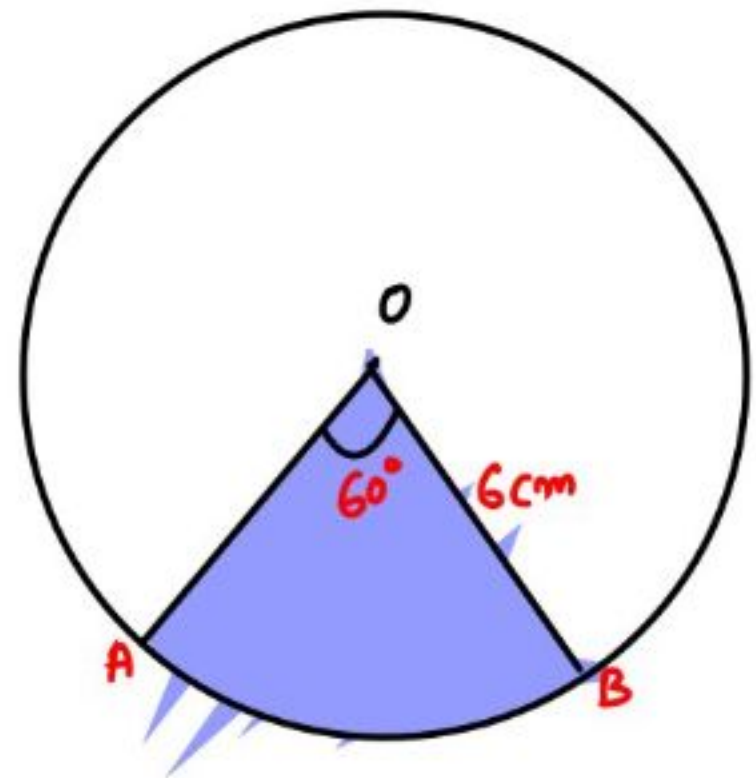
$$= \left(462 - \frac{441\sqrt{3}}{4} \right) \text{cm}^2$$

प्रश्नावली - 12.2

प्रश्न-1 6 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका कोण 60° है।

हल :- त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल =

$$\begin{aligned} & \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \\ &= \frac{60}{360} \times 3.14 \times 6 \times 6 \\ &= 18.84 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



प्रश्न-2 एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 22 cm है।

हल :-

$$\theta = 90^\circ$$

$$\text{परिधि} = 22 \text{ cm}$$

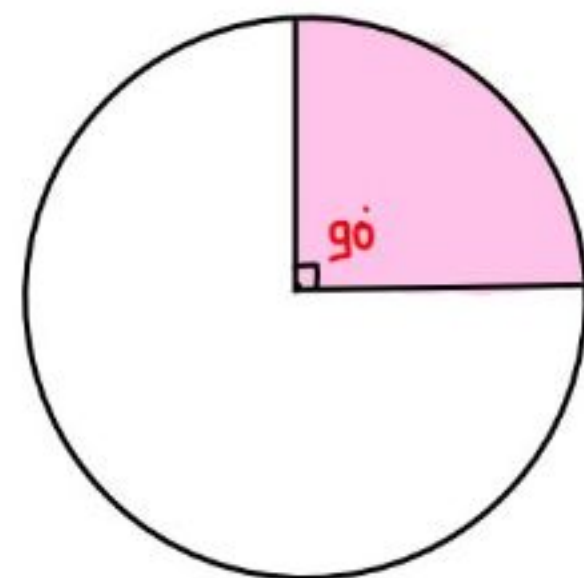
$$\Rightarrow 2\pi r = 22$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 22$$

$$\Rightarrow r = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल =

$$\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

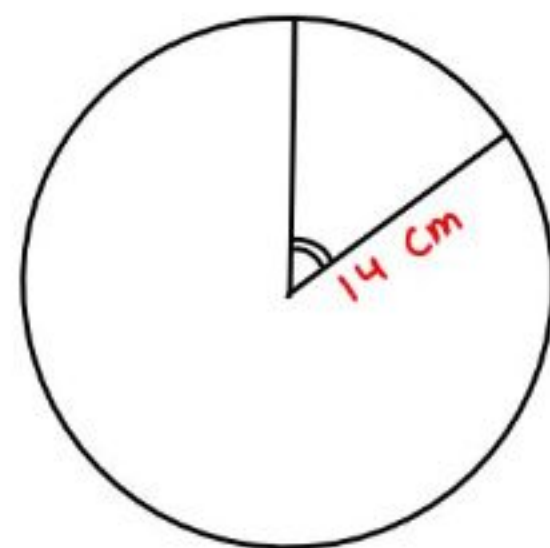


$$\begin{aligned}
 &= \frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \\
 &= \frac{77}{8} \\
 &= \boxed{9.625 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

प्रश्न-3 एक घड़ी की मिनट की सुई की लम्बाई 14 cm है। इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :-

$$\begin{aligned}
 &60 \text{ मिनट में बनाया गया कोण} = 360^\circ \\
 \therefore &1 \text{ मिनट में बनाया गया कोण} = \frac{360}{60} \\
 &= \boxed{6^\circ}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \therefore &5 \text{ मिनट में बनाया गया कोण} = 6 \times 5 \\
 &= \boxed{30^\circ}
 \end{aligned}$$

$$\text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{30}{360} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$= \frac{154}{3} = \boxed{51.33 \text{ cm}^2}$$

प्रश्न-4 10 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केन्द्र पर एक समकोण अन्तरित करती है। निम्नलिखित के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(i) संगत लघु वृत्तखण्ड

(ii) संगत दीर्घ वृत्तखण्ड

हल :-

$$\text{लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

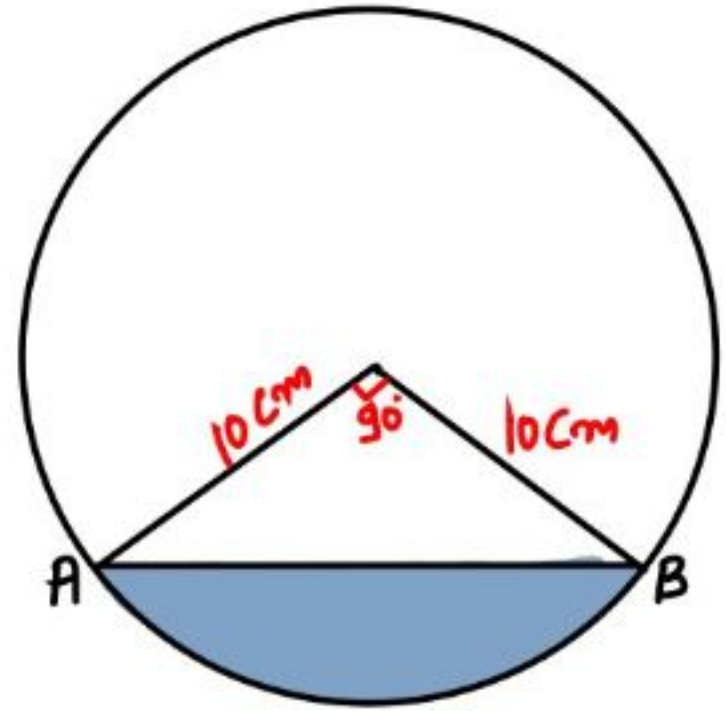
$$= \frac{90}{360} \times 3.14 \times 10 \times 10$$

$$= \frac{314}{4} = 78.5 \text{ cm}^2$$

ΔOAB का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10$$

$$= 50 \text{ cm}^2$$



(i) लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल = लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल - ΔOAB का क्षेत्रफल

$$= 78.5 - 50$$

$$= 28.5 \text{ cm}^2$$

(ii) दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = $\frac{(360-90)}{360} \times \pi r^2$

$$= \frac{360-90}{360} \times 3.14 \times 10 \times 10$$

$$= \frac{270}{360} \times 314$$

$$= 235.5 \text{ cm}^2$$

प्रश्न-5 त्रिज्या 21 cm वाले वृत्त का एक चाप केन्द्र पर 60° का कोण अन्तर्हित करता है। ज्ञात कीजिए:

(i) चाप की लम्बाई

(ii) चाप द्वारा बनाए गए त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

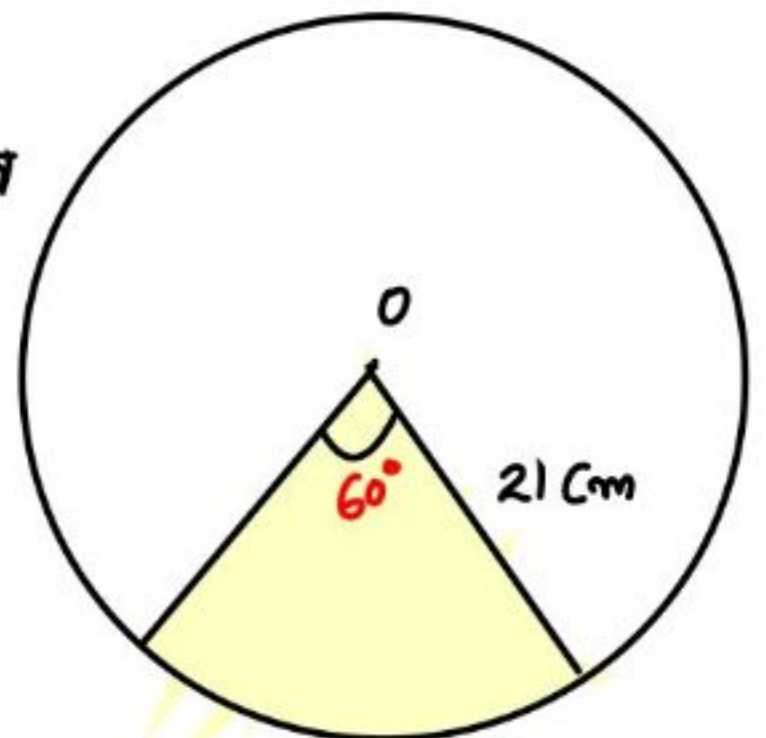
(iii) संगत जीवा द्वारा बनाए गए वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल

हल:-

$$(i) \text{ चाप की लम्बाई} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$$= \frac{60}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

$$= 22 \text{ cm}$$



$$(ii) \text{ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

$$= 11 \times 21 = 231 \text{ cm}^2$$

$$\sin \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{DB}{21}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{DB}{21}$$

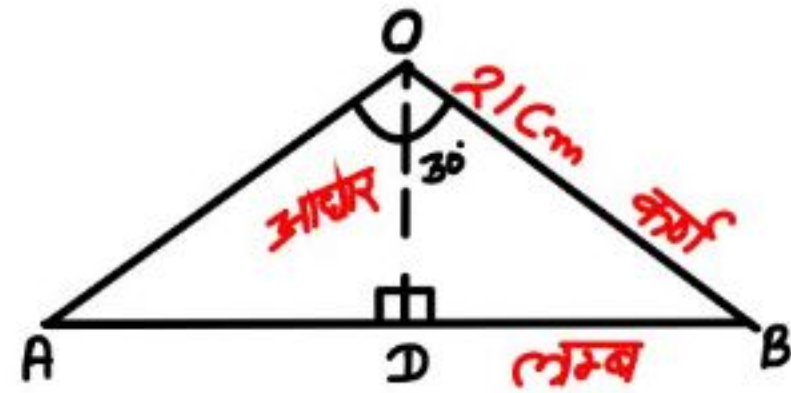
$$\frac{21}{2} \text{ cm} = DB$$

$$\cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{OD}{21}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{OD}{21}$$

$$\frac{21\sqrt{3}}{2} \text{ cm} = OD$$



$$AB = 2(DB) \\ = 21$$

$$\Delta OAB \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times OD$$

$$= \frac{1}{2} \times 21 \times \frac{21\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$= \frac{441\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$$\text{वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल} = \text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र} - \Delta OAB \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= 231 - \frac{441\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

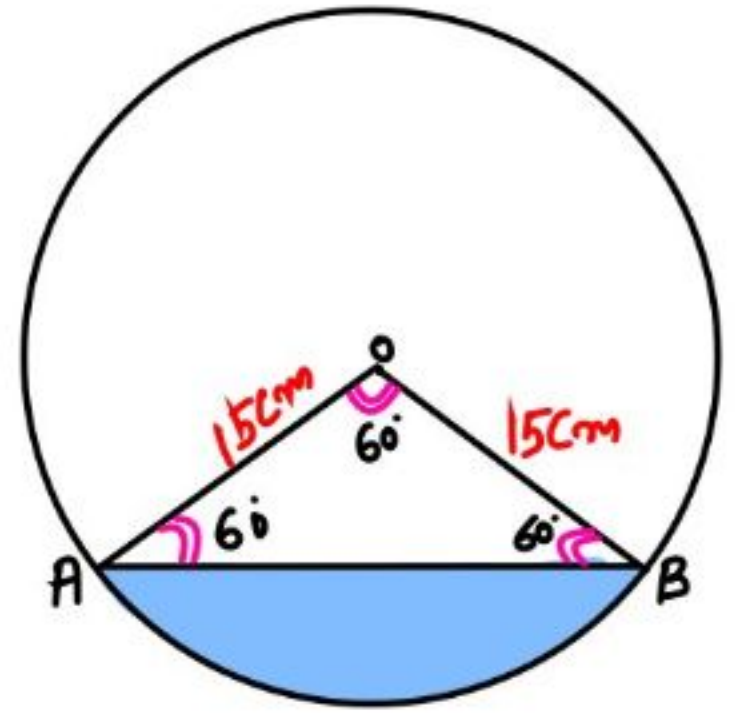
प्रश्न-6 15 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केन्द्र पर 60° का कोण अंतरित करती है। संगत लघु और दीर्घ वृत्तखण्डों के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
($\pi = 3.14$ और $\sqrt{3} = 1.73$ का प्रयोग कीजिए।)

हल:-

$$\text{लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{60}{360} \times 3.14 \times 15 \times 15 \\
 &= \frac{3.14 \times 5 \times 15}{2} \\
 &= \boxed{117.75 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta OAB \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{भुजा})^2 \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (15)^2 \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 225 \\
 &= \frac{1.73}{4} \times 225 \\
 &= \boxed{97.3125 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$



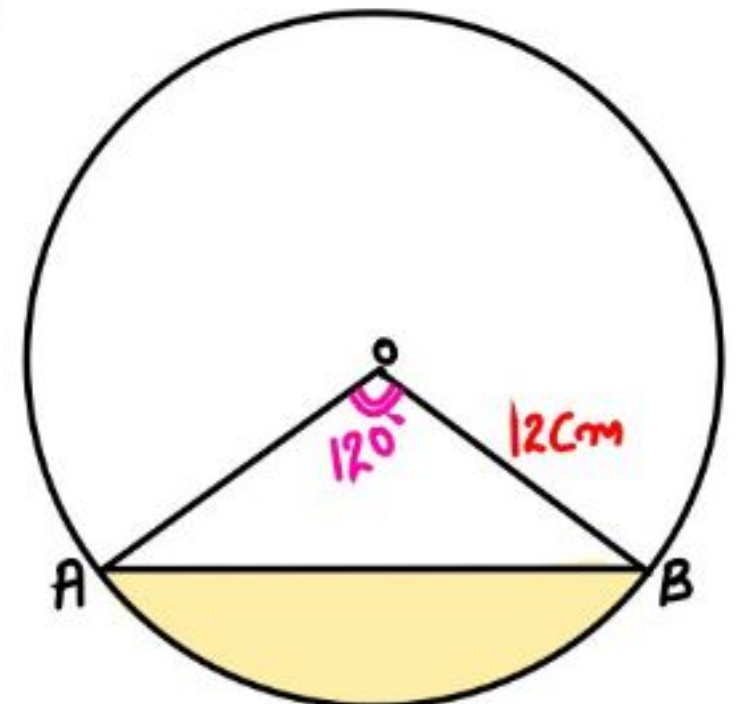
$$\begin{aligned}
 \text{वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल} &= \text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र.} - \Delta OAB \text{ का क्षेत्रफल} \\
 &= 117.75 - 97.3125 \\
 &= \boxed{20.43 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{दीर्घ वृत्तखण्ड का क्षेत्र.} &= \text{वृत्त का क्षेत्र.} - \text{लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्र.} \\
 &= \pi r^2 - 20.43 \\
 &= (3.14 \times 15 \times 15) - 20.43 \\
 &= 706.5 - 20.43 \\
 &= \boxed{686.07 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

प्रश्न-7 त्रिज्या 12 cm वाले एक वृत्त की कोई जीवा केन्द्र पर 120° का कोण अंतरित करती है। संगत वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 $\pi = 3.14$ और $\sqrt{3} = 1.73$ का प्रयोग कीजिए।

हल :- लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{120}{360} \times 3.14 \times 12 \times 12 \\
 &= \boxed{150.72 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$



$$\sin \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{DB}{12}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DB}{12}$$

$$DB = \frac{12\sqrt{3}}{2}$$

$$DB = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

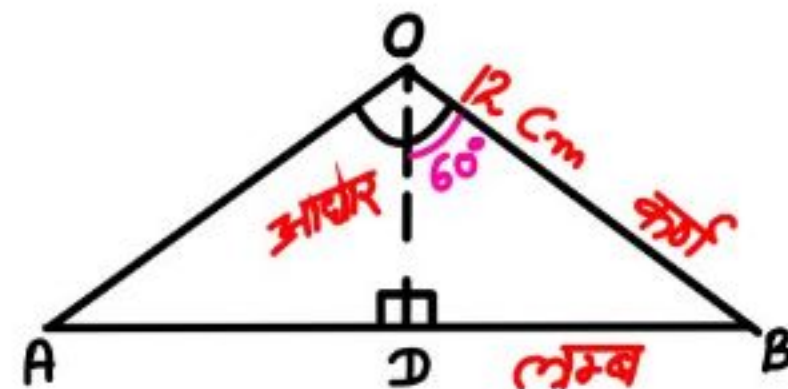
$$\cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{OD}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{OD}{12}$$

$$OD = \frac{12}{2}$$

$$OD = 6 \text{ cm}$$



$$AB = 2(DB) = 2(6\sqrt{3})$$

$$= 12\sqrt{3} \text{ cm}$$

ΔOAB का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times OD$$

$$= \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6$$

$$= 36\sqrt{3}$$

$$= 36 \times 1.73$$

$$= 62.28 \text{ cm}^2$$

वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र. - ΔOAB का क्षेत्रफल

$$= 150.72 - 62.28$$

$$= 88.44 \text{ cm}^2$$

प्रश्न-8. 15 cm भुजा वाले एक वर्गाकार घास के मैदान के एक कोने पर लगे खंटे से एक घोड़े को 5 m लम्बी रस्सी से बाँध दिया गया है, ज्ञात कीजिए:

- मैदान के उस भाग का क्षेत्रफल जहाँ घोड़ा घास चर सकता है।
- चरे जा सकने वाले क्षेत्रफल में वृद्धि, यदि घोड़े को 5 m लम्बी रस्सी के स्थान पर 10 m लम्बी रस्सी से बाँध दिया जाए। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए।)

हल :-

$$\text{लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$(i) \text{ मैदान का उस भाग का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{90}{360} \times 3.14 \times 5 \times 5$$

$$= \frac{314 \times 25}{4}$$

$$= 19.625 \text{ m}^2$$

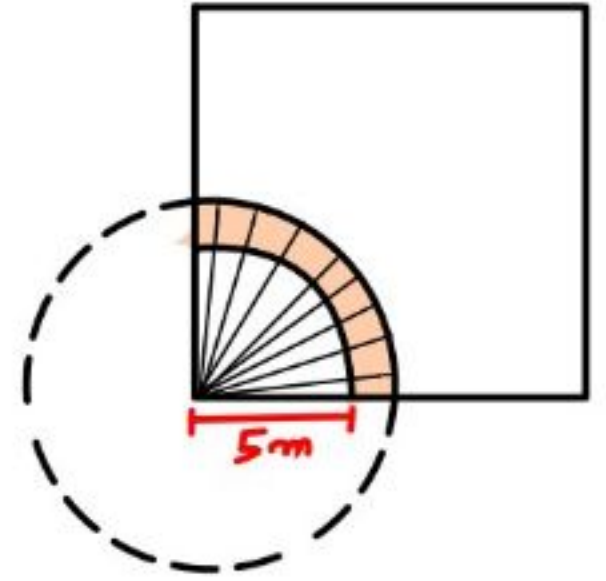
(ii) 10m त्रिज्या वाले त्रिज्य खण्ड का क्षेत्रफल

$$= \frac{90}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{90}{360} \times 3.14 \times 10 \times 10$$

$$= \frac{314}{4}$$

$$= 78.5 \text{ m}^2$$



क्षेत्रफल में वृद्धि = 10m त्रिज्या वाले त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल - 5m त्रिज्या वाले त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$$= 78.5 - 19.625$$

$$= 58.875 \text{ m}^2$$

प्रश्न-9 एक वृत्ताकार बूच को चाँदी के तार से बनाया जाना है जिसका व्यास 35mm है। तार को वृत्त के 5 व्यासों को बनाने में भी प्रयुक्त किया गया है जो उसे 10 बराबर त्रिज्यखण्डों में विभाजित करता है जैसा कि आकृति 12.12 में दर्शाया गया है। तो बतात कीजिए:

- कुल वांछित चाँदी के तार की लम्बाई
- बूच के प्रत्येक त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

हल :- (i)

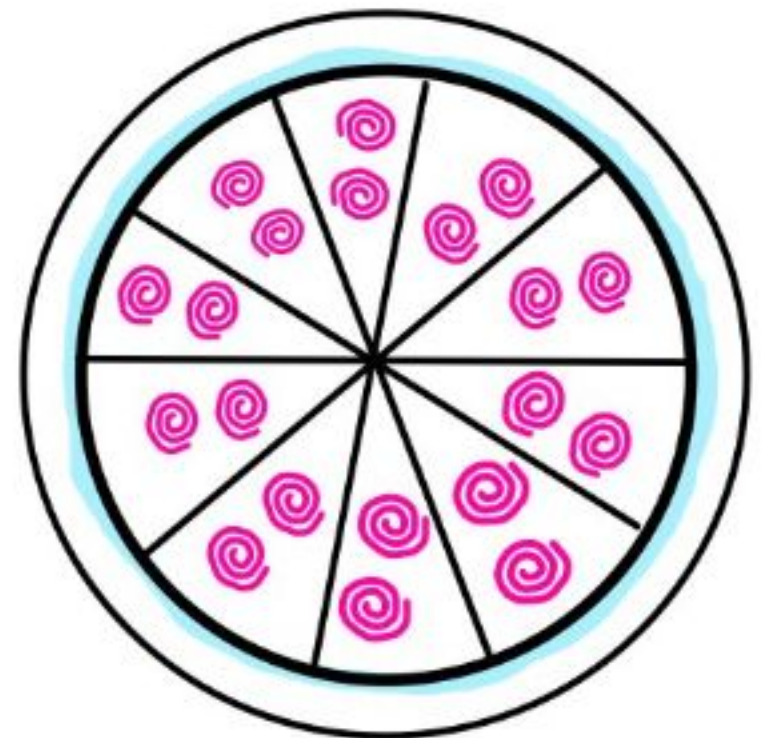
$$= (5 \times \text{वृत्त का व्यास}) + \text{वृत्त की परिधि}$$

$$= 5 \times 35 + 2\pi r$$

$$= 175 + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{2}$$

$$= 175 + 110$$

$$= 285 \text{ mm}$$

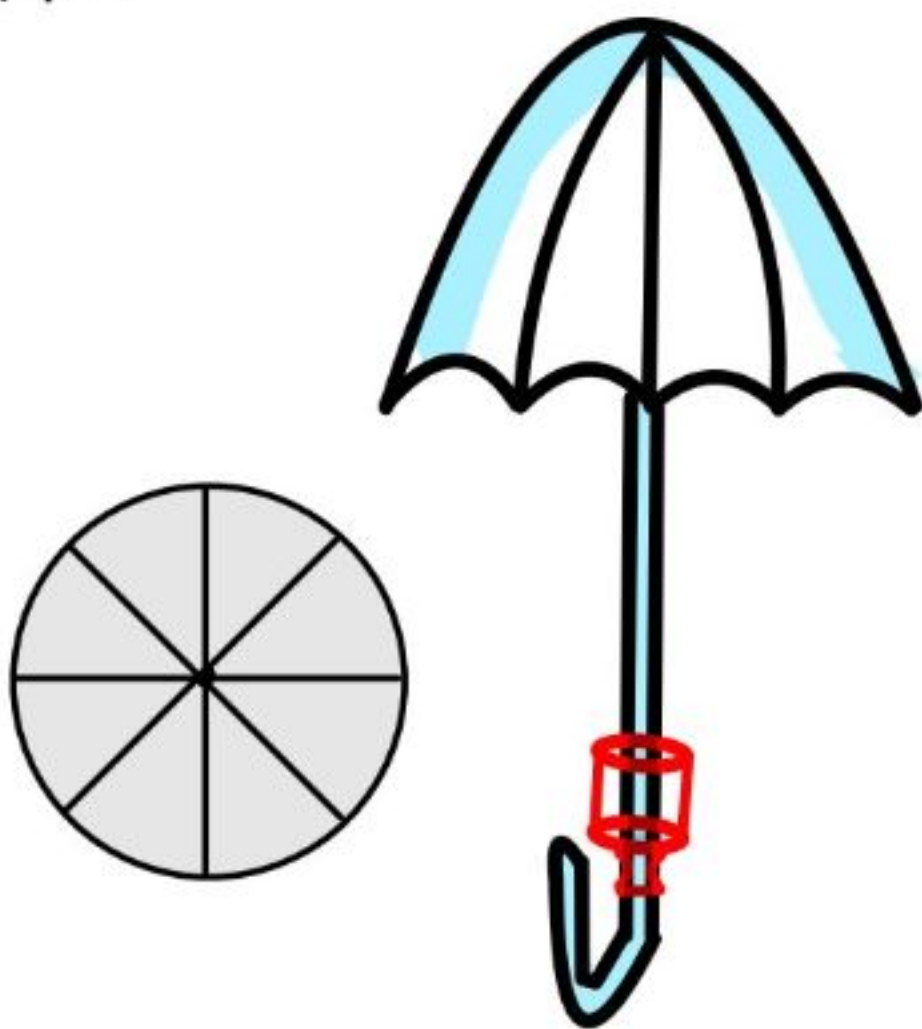


$$\begin{aligned}
 \text{(ii) त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} &= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{36}{360} \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{2} \times \frac{35}{2} \\
 &= \frac{1925}{20} \\
 &= 96.25 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

प्रश्न-10 एक छतरी में आठ ताने हैं, जो बराबर दूरी पर लगे हुए हैं। छतरी को 45 cm त्रिज्या वाला एक सपाट वृत्त मानते हुए, इसकी दो क्रमागत तानों के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :- दो क्रमागत तानों के बीच का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{\left(\frac{360}{8}\right)}{\left(\frac{360}{1}\right)} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 45 \\
 &= \frac{1}{8} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 45 \\
 &= 795.53 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$



प्रश्न-11 किसी कार के दो वाइपर हैं, परस्पर कभी आच्छादित नहीं होते हैं। प्रत्येक वाइपर की पत्ती की लम्बाई 25 cm है और 115° के कोण तक घूमकर सफाई कर सकता है। पत्तियों की प्रत्येक बुझार के साथ जितना क्षेत्रफल साफ हो जाता है, वह ज्ञात कीजिए।

हल :- एक पत्ती द्वारा साफ किया गया क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{115}{360} \times \frac{22}{7} \times 25 \times 25
 \end{aligned}$$



$$= 627.48 \text{ cm}^2$$

वाइपरो द्वारा साफ किया गया कुल क्षेत्रफल

$$= 2 \times 627.48$$

$$= 1254.96 \text{ cm}^2$$

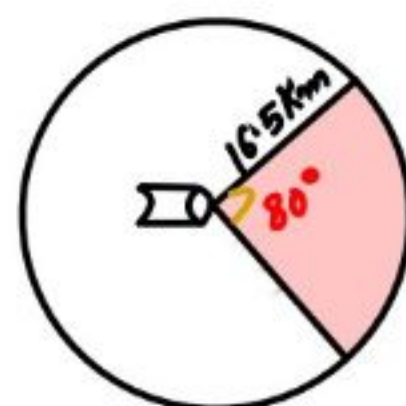
प्रश्न-12 जहाजों को समुद्र में जलस्तर के नीचे स्थित चट्टानों की चेतावनी देने के लिए, एक लाईट हाउस 80° कोण वाले एक त्रिज्यखण्ड में 16.5 km की दूरी तक लाल रंग का प्रकाश फैलाता है। समुद्र के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसमें जहाजों को चेतावनी दी जा सके।
($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए।)

हल:-

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{80}{360} \times (3.14) \times (16.5) \times (16.5)$$

$$= 189.97 \text{ km}^2$$



प्रश्न-13 एक गोले में जपोरा पर छः समान डिजाइन बने हुए हैं जैसाकि आकृति 12.14 में दर्शाया गया है। यदि में जपोरा की त्रिज्या 28 cm है, तो $0.35 \text{ रु. प्रति वर्ग सेंटीमीटर}$ की दर से इन डिजाइनों को बनाने की लागत ज्ञात कीजिए।
($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए।)

हल:-

चतुर्भुज का क्षेत्रफल =

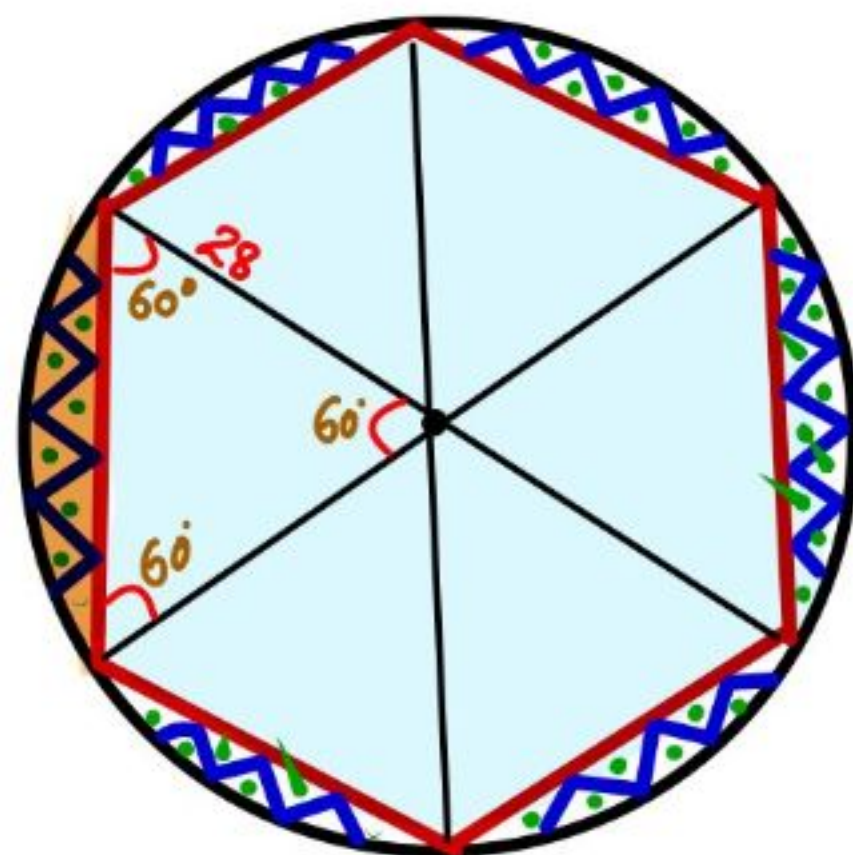
त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल - त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{भुजा})^2$$

$$= \left(\frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 28 \right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 28 \times 28 \right)$$

$$= 410.66 - 333.2$$

$$= 77.4 \text{ cm}^2$$



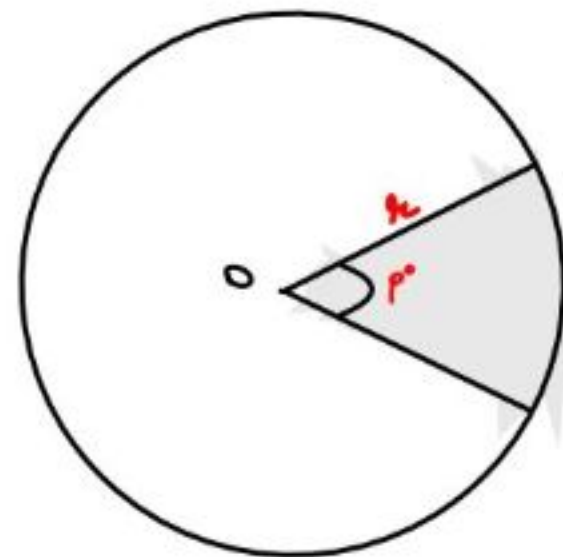
$$\begin{aligned}
 6 \text{ डिजाइनो का क्षेत्रफल} &= 6 \times 77.4 \\
 &= 464.4 \text{ cm}^2 \\
 \text{कुल लागत} &= 0.35 \times 464.4 \\
 &= \boxed{\text{₹ } 162.54}
 \end{aligned}$$

प्रश्न-14. निम्नलिखित में सही उत्तर चुनिए:
त्रिज्या R वाले वृत्त के उस त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल जिसका कोण p° है, निम्नलिखित है:

(A) $\frac{P}{180} \times 2\pi R$ (B) $\frac{P}{180} \times \pi R^2$ (C) $\frac{P}{360} \times 2\pi R$ (D) $\frac{P}{720} \times 2\pi R^2$

हल:-

$$\begin{aligned}
 \text{क्षेत्रफल} &= \frac{P}{360} \times \pi R^2 \\
 &= \text{[D]} \frac{P}{720} \times 2\pi R^2 \\
 &= \boxed{\frac{P}{360} \times \pi R^2}
 \end{aligned}$$

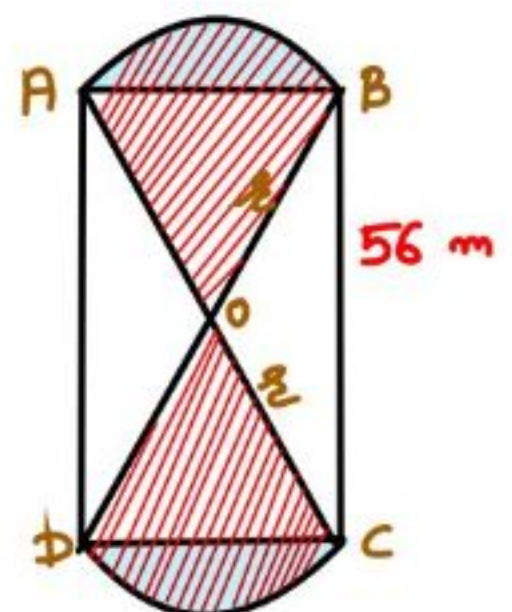


उदाहरण-4 आकृति 12.15 में, 56 m भुजा वाले एक वर्गाकार लॉन ABCD के दो ओर बनी हुई दो वृत्ताकार फूलों की बगियाँ दर्शाई गई हैं। यदि प्रत्येक वृत्ताकार बगियारी का केन्द्र लॉन के विकर्णों का प्रतिच्छेद बिंदु O है, तो वर्गाकार लॉन तथा फूलों की बगियाँ के क्षेत्रफलों का योग ज्ञात कीजिए।
($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग कीजिए।)

हल:-

ΔOBC में, पाइथागोरस प्रमेय से,

$$\begin{aligned}
 OB^2 + OC^2 &= BC^2 \\
 x^2 + x^2 &= 56^2 \\
 2x^2 &= 56^2 \\
 x^2 &= \frac{56^2}{2} \quad \text{--- ①}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 1 \text{ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} &= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times \frac{(56)^2}{2} \\
 &= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{(56)^2}{2} \quad \text{--- (2)}
 \end{aligned}$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = (\text{भुजा})^2 = (56)^2 \text{ m}^2 \quad \text{--- (3)}$$

$$\Delta OAD \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta OBC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{(56)^2}{4} \text{ m}^2 \quad \text{--- (4)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{कुल क्षेत्रफल} &= 2 \times \text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} + \Delta OAD \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta OBC \text{ का क्षेत्रफल} \\
 &= 2 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{(56)^2}{2} + \frac{(56)^2}{4} + \frac{(56)^2}{4} \\
 &= \frac{(56)^2}{4} \left[\frac{22}{7} + 1 + 1 \right] \\
 &= \frac{(56)^2}{4} \left(\frac{22+7+7}{7} \right) \\
 &= \frac{56 \times 56}{4} \times \frac{36}{7} \\
 &= 56 \times 72 \\
 &= \boxed{4032 \text{ m}^2}
 \end{aligned}$$

उदाहरण - 5 आकृति 12.16 में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ ABCD भुजा 14 cm का एक वर्ग है।

हल :-

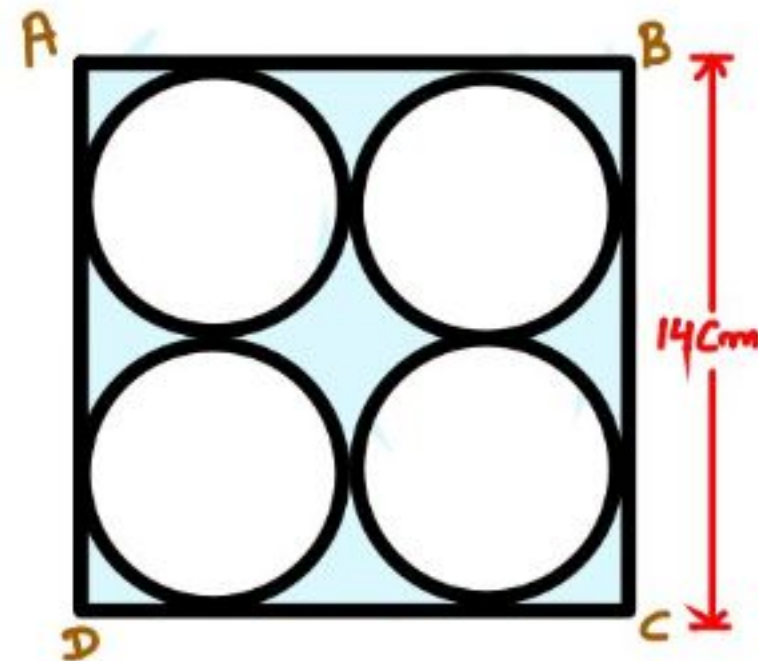
$$\begin{aligned}
 \text{छायांकित भाग का क्षेत्रफल} \\
 &= \text{वर्ग का क्षेत्रफल} - 4 (\text{वृत्त का क्षेत्रफल})
 \end{aligned}$$

$$= (\text{भुजा})^2 - 4 \times \pi r^2$$

$$= (14)^2 - 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= 196 - 154$$

$$= \boxed{42 \text{ cm}^2}$$



उदाहरण-6 आकृति 12.17 में, छायांकित डिज़ाइन का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ ABCD भुजा 10 cm का एक वर्ग है तथा इस वर्ग की प्रत्येक भुजा को व्यास मानकर अर्धवृत्त खींचे गए हैं। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए।)

हल:-

भाग I का क्षेत्रफल + भाग III का क्षेत्रफल
= वर्ग ABCD का क्षेत्रफल - 2 (अर्धवृत्त का क्षेत्र)

$$= (\text{भुजा})^2 - 2\left(\frac{\pi r^2}{2}\right)$$

$$= (10)^2 - 3.14 \times 5 \times 5$$

$$= 100 - 3.14 \times 25$$

$$= 100 - 78.5$$

$$= \boxed{21.5 \text{ cm}^2}$$

इसी प्रकार II का क्षेत्रफल + IV का क्षेत्रफल = 21.5 cm^2

भाग I, II, III व IV का कुल क्षेत्रफल

$$= 21.5 + 21.5$$

$$= \boxed{43 \text{ cm}^2}$$

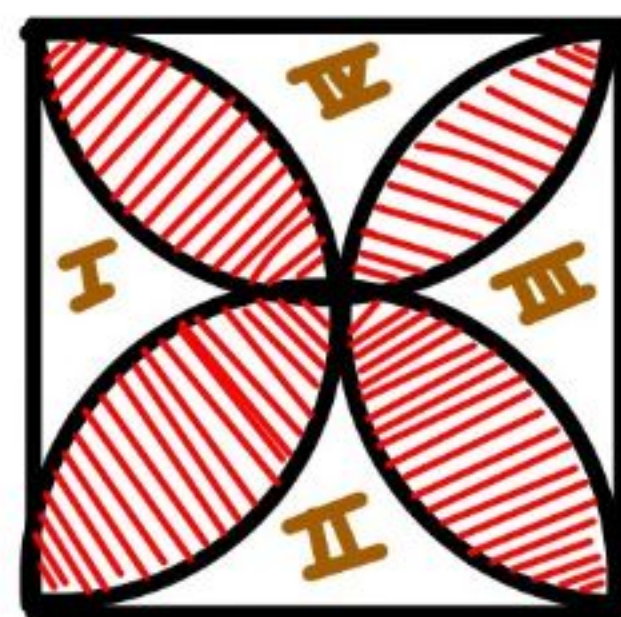
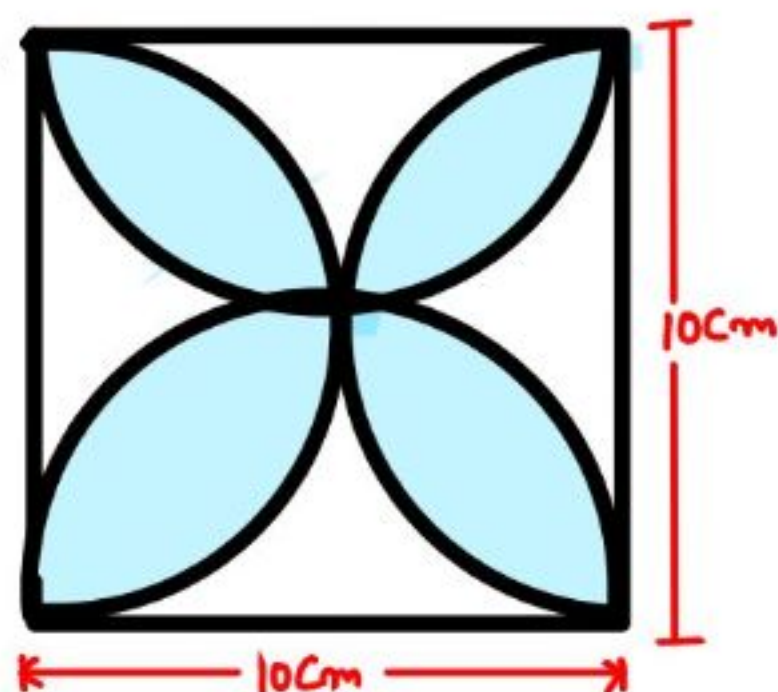
छायांकित भाग का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल - 43

$$= (\text{भुजा})^2 - 43$$

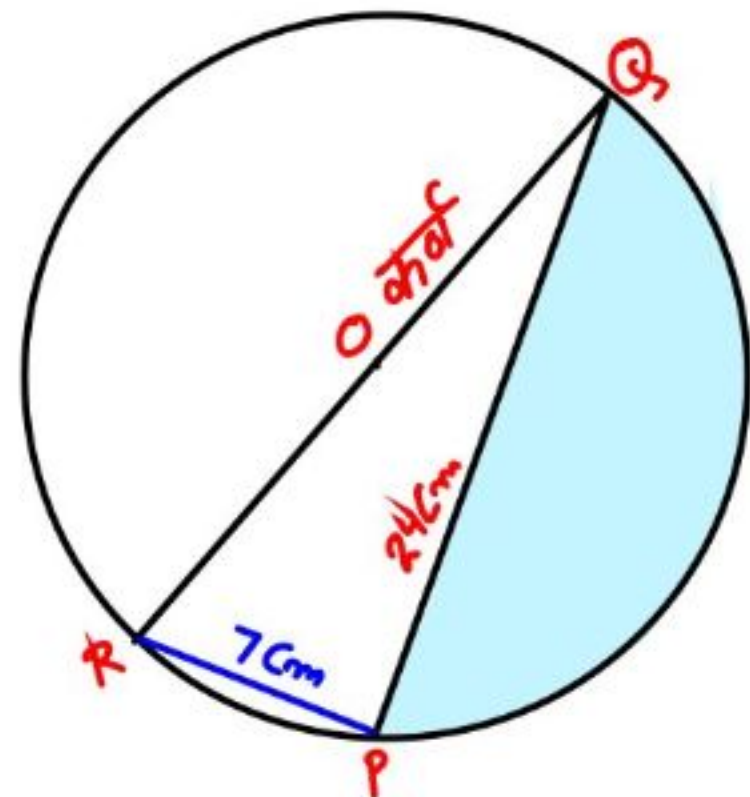
$$= (10)^2 - 43$$

$$= 100 - 43$$

$$= \boxed{57 \text{ cm}^2}$$



प्रश्न-1 आकृति 12.19 में, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि $PQ = 24 \text{ cm}$, $PR = 7 \text{ cm}$ तथा O वृत्त का केन्द्र है।



हल:-

छायांकित भाग का क्षेत्रफल

अर्धवृत्त का क्षेत्रफल - ΔPQR का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi r^2}{2} - \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{25}{2} \times \frac{25}{2} - \frac{1}{2} \times 7 \times 24$$

$$= 245.53 - 84$$

$$= \boxed{161.53 \text{ cm}^2}$$

ΔPQR में,
पाइथागोरस प्रमेय से,

$$QR^2 = PQ^2 + PR^2$$

$$QR^2 = 24^2 + 7^2$$

$$QR^2 = 576 + 49$$

$$QR^2 = 625$$

$$QR = \sqrt{625}$$

$$QR = 25 \text{ cm}$$

$$\text{अतः } r = \frac{QR}{2} = \frac{25}{2} \text{ cm}$$

प्रश्न-2 आकृति 12.20 में, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि केन्द्र O वाले दोनों सकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 7 cm और 14 cm हैं तथा $\angle AOC = 40^\circ$ है।

हल:-

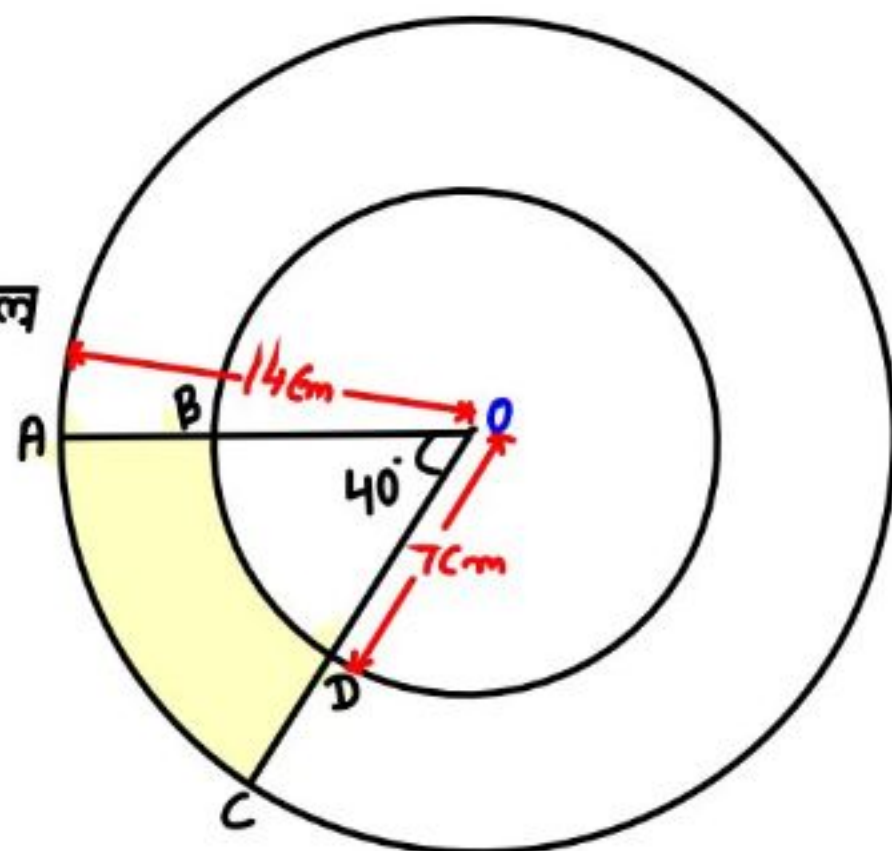
छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= \text{त्रिज्यखण्ड } OAC \text{ का क्षेत्रफल} - \text{त्रिज्यखण्ड } OBD \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r_1^2 - \frac{\theta}{360} \times \pi r_2^2$$

$$= \frac{40}{360} \times \pi (14)^2 - \frac{40}{360} \times \pi (7)^2$$

$$= \frac{\pi}{9} [(14)^2 - (7)^2]$$



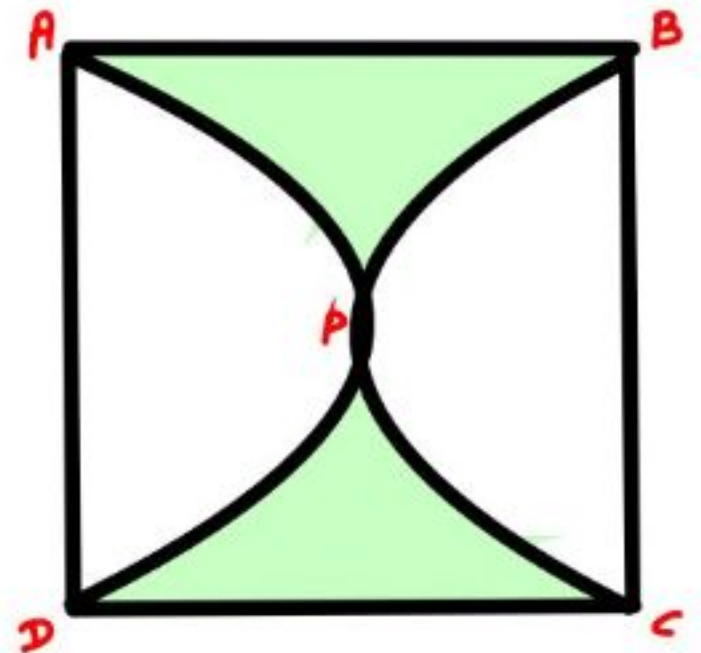
$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times [196 - 49] \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 147 \\
 &= \frac{22 \times 21}{3} \\
 &= \frac{22 \times 7}{3} \\
 &= \frac{154}{3} \\
 &= 51.33 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

प्रश्न-3 आकृति 12.21 में, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि ABCD भुजा 14cm का एक वर्ग है तथा APD और BPC दो अर्धवृत्त हैं।

हल:-

छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \text{वर्ग ABCD का क्षेत्रफल} - \text{दो अर्धवृत्तों (APD और BPC) का क्षेत्रफल} \\
 &= (\text{भुजा})^2 - 2 \times \frac{\pi r^2}{2} \\
 &= (14)^2 - \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\
 &= 196 - 154 \\
 &= 42 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

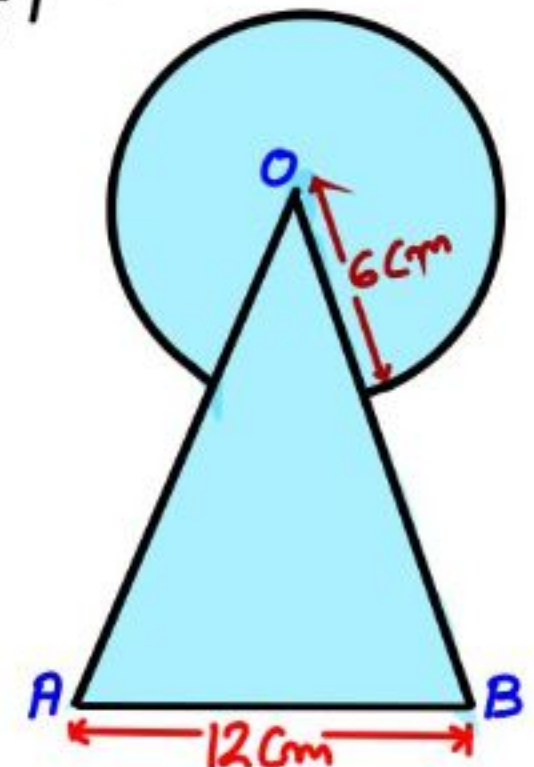


प्रश्न-4 आकृति 12.22 में, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ भुजा 12cm वाले एक समबाहु त्रिभुज OAB के शीर्ष O को केन्द्र मानकर 6 cm त्रिज्या वाला एक वृत्तीय चाप खींचा गया है।

हल:-

छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \text{दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} - \triangle OAB \text{ का क्षेत्रफल} \\
 &= \left(\frac{360 - 60}{360} \right) \times \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2
 \end{aligned}$$



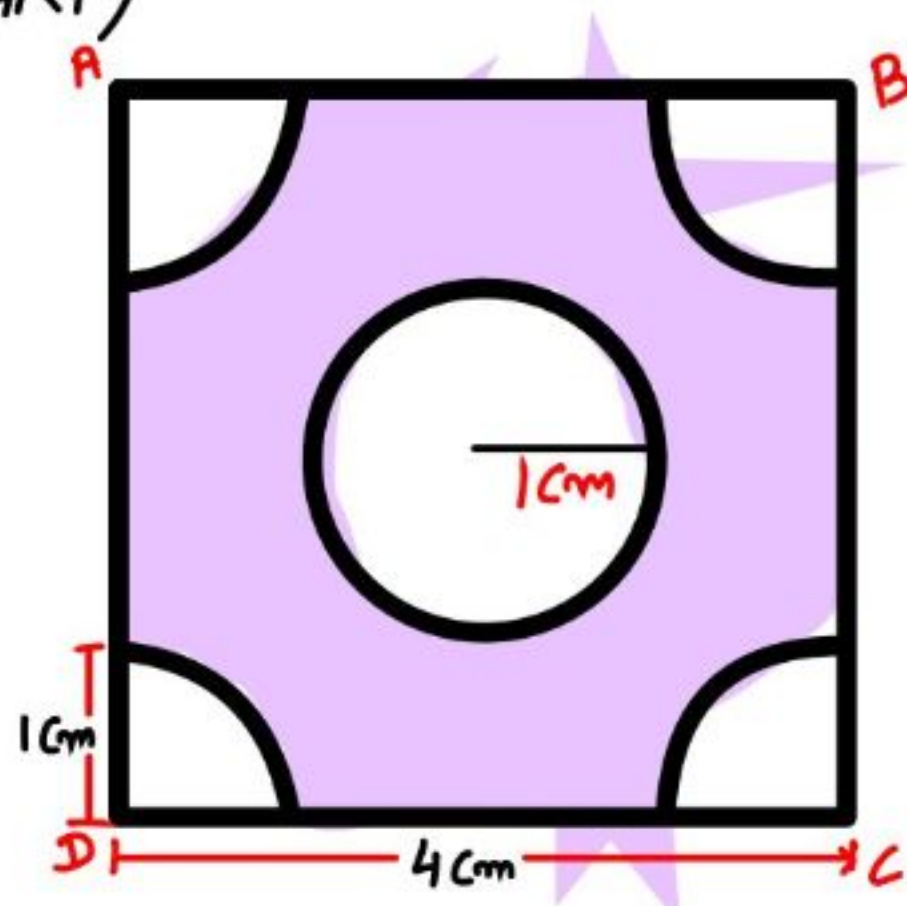
$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{360-60}{360} \right) \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times (12)^2 \\
 &= \frac{300}{360} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 - \frac{\sqrt{3} \times 12 \times 12}{4} \\
 &= \left(\frac{660}{7} - 36\sqrt{3} \right) \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

प्रश्न-5 भुजा 4 cm वाले एक वर्ग के प्रत्येक कोने से 1 cm त्रिज्या वाले वृत्त का एक चतुर्थांश काटा गया है तथा बीच में 2 cm व्यास का एक वृत्त भी काटा गया है, जैसाकि आकृति 12.23 में दर्शाया गया है। वर्ग के शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:- छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= \text{वर्ग ABCD का क्षेत्रफल} - 4 \left(\text{वृत्त का एक चतुर्थांश} \right) - \text{वृत्त का क्षेत्रफल}$$

$$\begin{aligned}
 &(\text{भुजा})^2 - 4 \left(\frac{\pi r^2}{4} \right) - \pi r^2 \\
 &(4)^2 - \pi r^2 - \pi r^2 \\
 &16 - 2\pi r^2 \\
 &16 - 2 \times \frac{22}{7} \times 1 \times 1 \\
 &16 - \frac{44}{7} \\
 &= \frac{68}{7} \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$



प्रश्न-6 एक वृत्ताकार मेज़पोरा, जिसकी त्रिज्या 32 cm है, में बीच में एक समबाहु त्रिभुज ABC छोड़ते हुए एक डिज़ाइन बना हुआ है, जैसाकि आकृति 12.24 में दिखाया गया है। इस डिज़ाइन का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:- Sin 60 लम्बा
कर्ण

$$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{PC}{OC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{PC}{32}$$

$$\Rightarrow PC = \frac{32\sqrt{3}}{2}$$

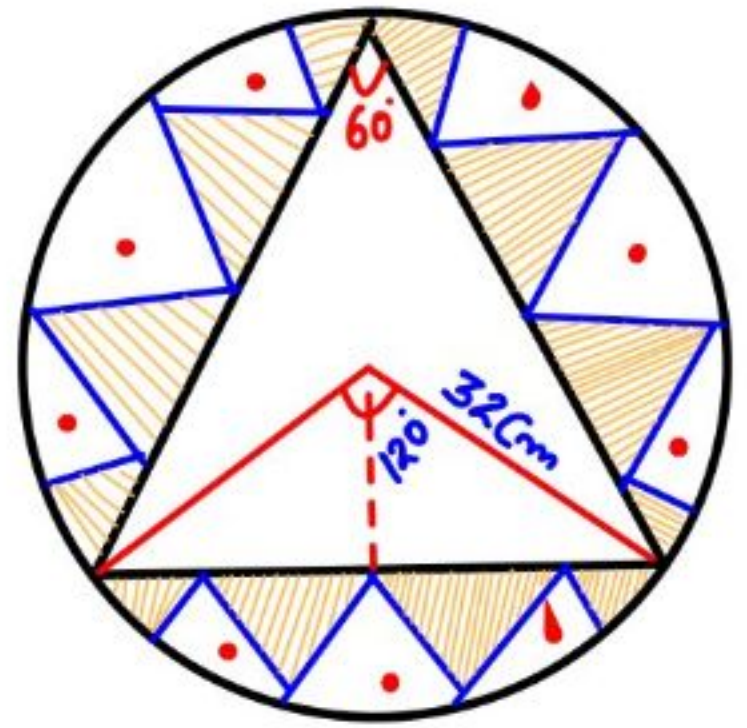
$$\Rightarrow \boxed{PC = 16\sqrt{3} \text{ cm}}$$

त्रिभुज ABC की भुजा,

$$BC = 2(PC)$$

$$= 2(16\sqrt{3})$$

$$= \boxed{32\sqrt{3} \text{ cm}}$$



डिजाइन का क्षेत्रफल = वृत्त का क्षेत्रफल - ΔABC का क्षेत्रफल

$$= \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{भुजा})^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 32 \times 32 - \frac{\sqrt{3}}{4} (32\sqrt{3})^2$$

$$= \frac{22528}{7} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 32\sqrt{3} \times 32\sqrt{3}$$

$$= \boxed{\left(\frac{22528}{7} - 768\sqrt{3} \right) \text{ cm}^2}$$

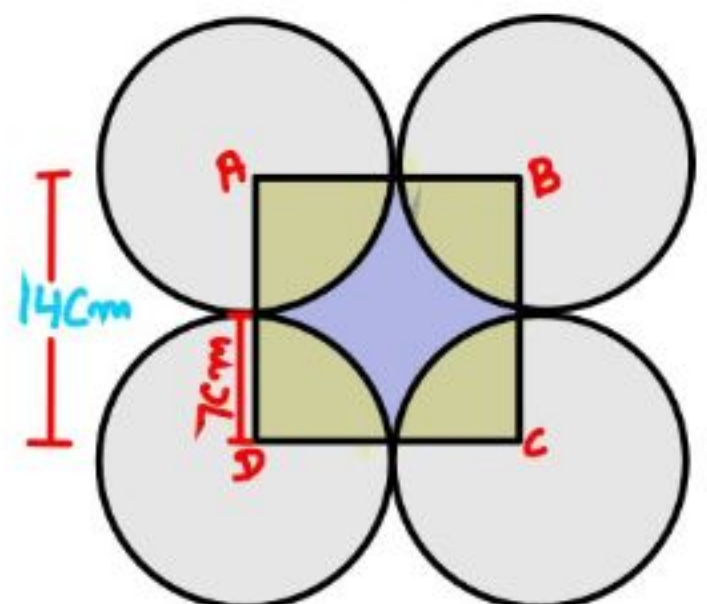
प्रश्न-7. आकृति 12.25 में, ABCD भुजा 14 cm वाला एक वर्ग है। A, B, C और D को केन्द्र मानकर, चार वृत्त इस प्रकार खींचे गए हैं कि प्रत्येक वृत्त तीन शेष वृत्तों में से दो वृत्तों को बाह्य रूप से स्पर्श करता है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:- छायांकित भाग का क्षेत्रफल.

$$= \text{वर्ग का क्षेत्रफल} - 4(\text{वृत्त के 1 चतुर्थांश का क्षेत्रफल})$$

$$= (\text{भुजा})^2 - 4 \times \frac{\pi r^2}{4}$$

$$= (\text{भुजा})^2 - \pi r^2$$



$$= (14)^2 - \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 196 - 154$$

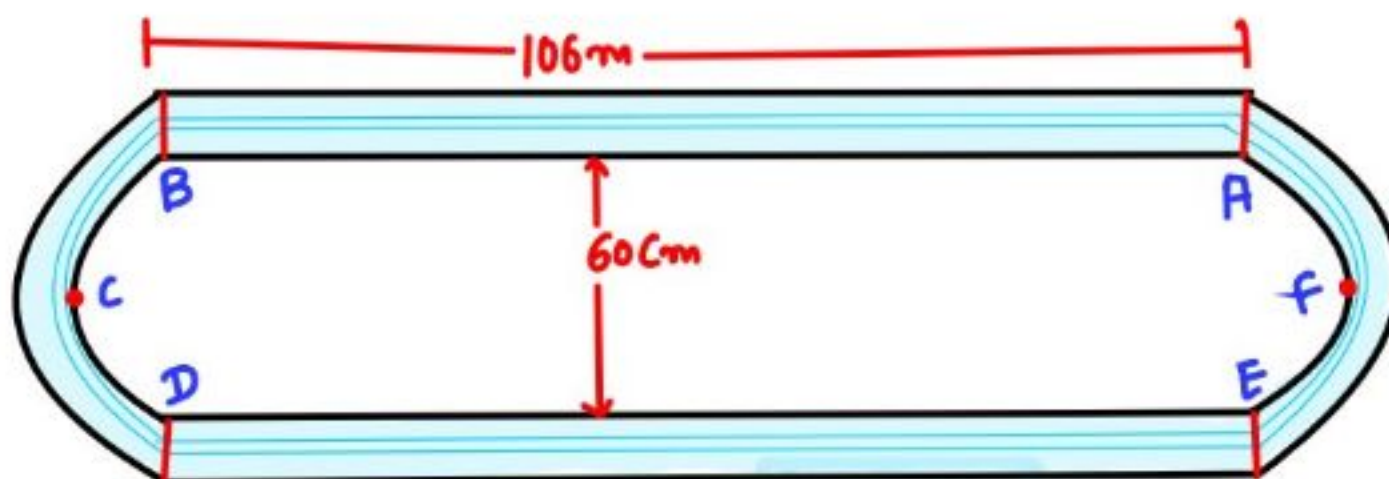
$$= \boxed{42 \text{ cm}^2}$$

प्रश्न-8 आकृति 12.26 एक दौड़ने का पथ दर्शाती है, जिसके बाएँ और दाएँ सिरे अर्धवृत्ताकार हैं।

दोनों आन्तरिक समान्तर रेखाखण्डों के बीच की दूरी 60 m है तथा इनमें से प्रत्येक रेखाखण्ड 106 m लम्बा है। यदि यह पथ 10 m चौड़ा है, तो ज्ञात कीजिए।

(i) पथ के आन्तरिक किनारों के अनुदिश एक पूरा चक्कर लगाने में चली गई दूरी

(ii) पथ का क्षेत्रफल



(i) रेखाखण्ड AB + वक्र BCD + रेखा DE + वक्र EFA

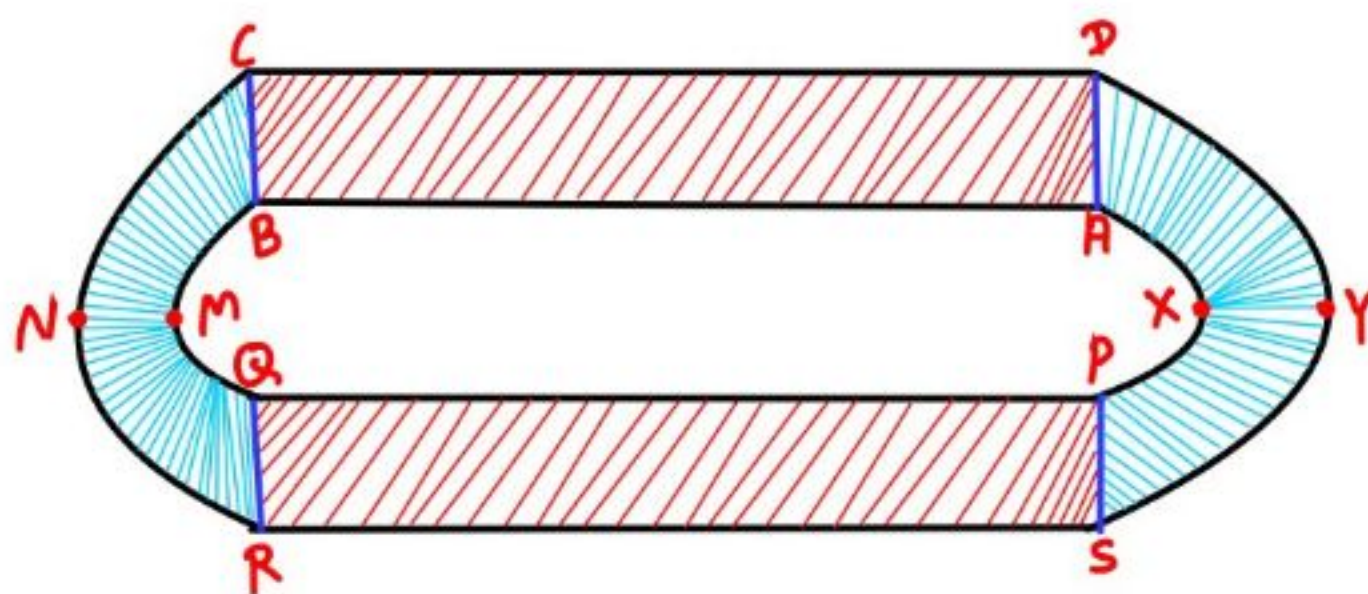
$$= 106 + \frac{2\pi r}{2} + 106 + \frac{2\pi r}{2}$$

$$= 212 + 2\pi r$$

$$= 212 + 2 \times 3.14 \times 30$$

$$= 212 + 188.4$$

$$= \boxed{400.4 \text{ m}}$$



$$\text{पथ का क्षेत्रफल} = 2 \left(\text{आयत ABCD का क्षेत्रफल} \right) + \left(\text{आकृति CNRQMBBC का क्षेत्रफल} \right)$$

$$= 2 \left[(\text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}) + \left(\text{बड़ा अर्धवृत्त का क्षेत्रफल} - \text{छोटे अर्धवृत्त का क्षेत्रफल} \right) \right]$$

$$= 2 \left[(106 \times 10) + \left(\frac{\pi r_1^2}{2} - \frac{\pi r_2^2}{2} \right) \right]$$

$$= 2 \left[1060 + \frac{\pi}{2} (40)^2 - \frac{\pi}{2} (30)^2 \right]$$

$$= 2120 + \pi (40)^2 - \pi (30)^2$$

$$= 2120 + \pi [(40)^2 - (30)^2]$$

$$= 2120 + \frac{22}{7} (1600 - 900)$$

$$= 2120 + \frac{22}{7} \times 700$$

$$= 2120 + 2200$$

$$= \boxed{4320 \text{ m}^2}$$

प्रश्न-9. आकृति 12.27 में, AB और CD केन्द्र O वाले एक वृत्त के दो परस्पर लम्ब व्यास हैं तथा OD छोटे वृत्त का व्यास है। यदि OA = 7 cm है, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

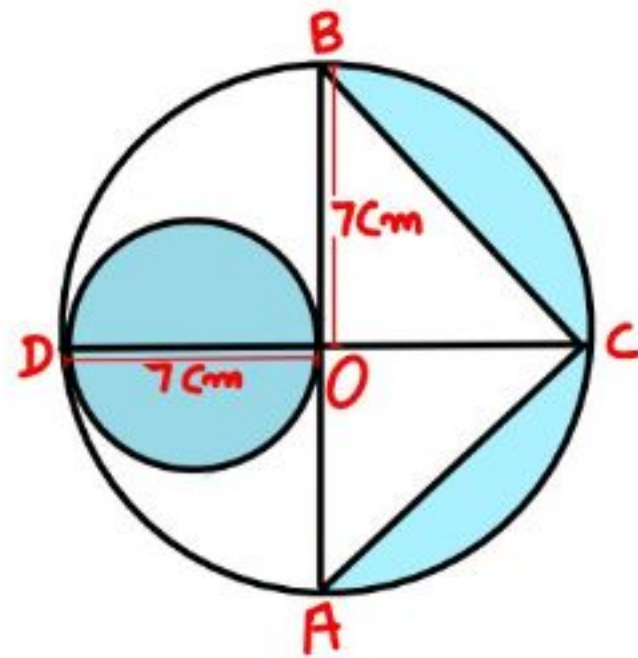
हल :-

छायांकित भाग का क्षेत्रफल

= छोटे वृत्त का क्षेत्रफल + बड़े अर्धवृत्त का क्षेत्रफल - ΔABC का क्षेत्रफल

$$\pi r_1^2 + \frac{\pi r_2^2}{2} - \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \right) + \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 - \frac{1}{2} \times AB \times OC \\
&= \frac{77}{2} + 77 - \frac{1}{2} \times 14 \times 7 \\
&= \frac{77}{2} + 77 - 49 \\
&= \frac{77}{2} + 28 \\
&= 38.5 + 28 \\
&= \boxed{66.5 \text{ cm}^2}
\end{aligned}$$



प्रश्न-10 एक समबाहु त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 17320.05 cm^2 है। इस त्रिभुज के प्रत्येक शीर्ष को केन्द्र मानकर त्रिभुज की भुजा के आधे के बराबर की त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचा जाता है (देखिए आकृति 12.28)। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। $\pi = 3.14$ और $\sqrt{3} = 1.73205$ लीजिए।

हल:- छायांकित भाग का क्षेत्रफल = ΔABC का क्षेत्रफल - 3 त्रिज्यखण्डों का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
&= 17320.5 - 3 \times \frac{60}{360} \times \pi \times r^2 \\
&= 17320.5 - 3 \times \frac{60}{360} \times 3.14 \times r^2 \quad \text{--- (1)}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{भुजा})^2$$

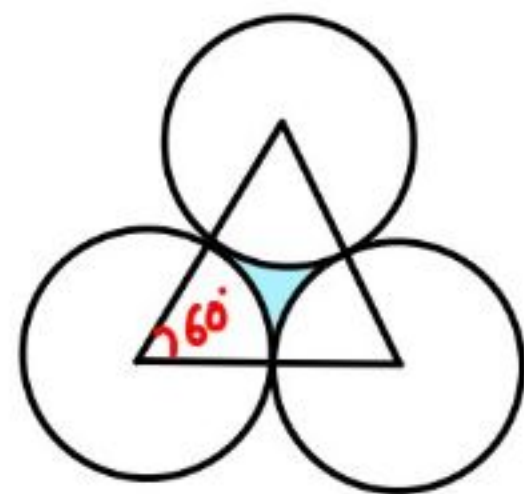
$$\Rightarrow 17320.5 = \frac{1.73205}{4} (\text{भुजा})^2$$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{17320.5}{1.73205} = (\text{भुजा})^2$$

$$\Rightarrow 4 \times 10000 = (\text{भुजा})^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{4 \times 10000} = \text{भुजा}$$

$$\Rightarrow 2 \times 100 = \text{भुजा}$$



$$\Rightarrow \text{भुजा} = 200 \text{ cm}$$

समीकरण (i) से, छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= 17320.5 - 1.57 \times 100 \times 100$$

$$= 17320.5 - 15700$$

$$= \boxed{1620.5 \text{ cm}^2}$$

प्रश्न-11 एक वर्गाकार स्माल पर, नौ वृत्ताकार डिज़ाइन बने हैं, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या 7 cm है (देखिए आकृति 12.29)। स्माल के शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:-

स्माल के शेष भाग का क्षेत्रफल

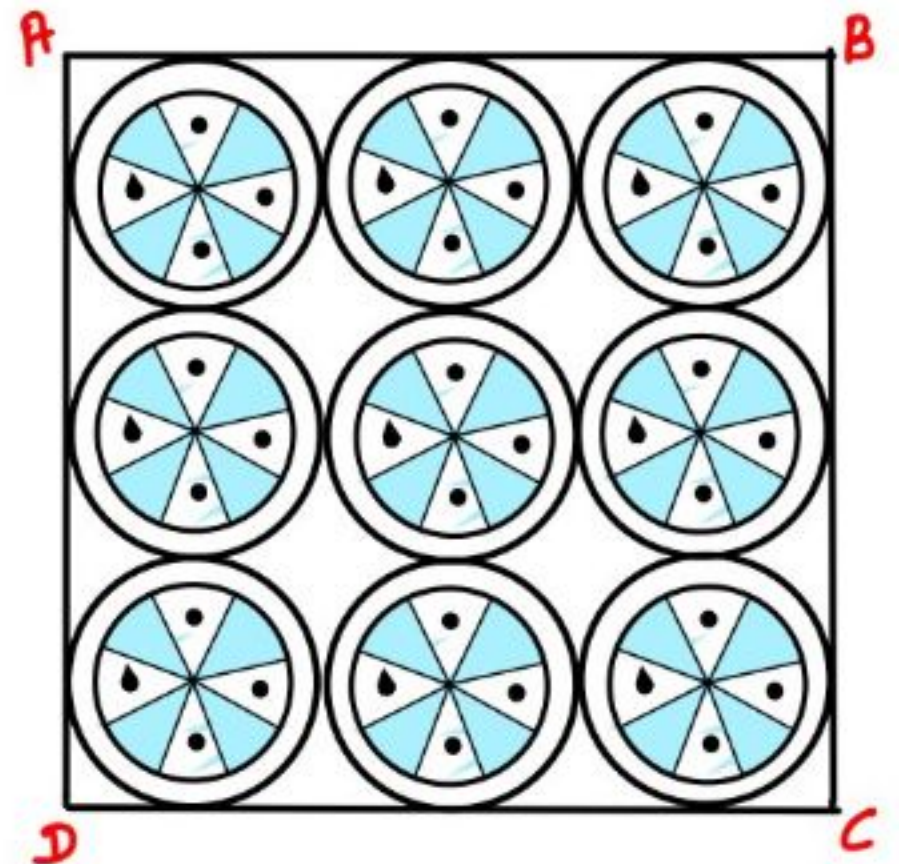
$$= \text{वर्ग का क्षेत्रफल} - 9 \text{ वृत्ताकार डिज़ाइनों का क्षेत्रफल}$$

$$= (\text{भुजा})^2 - 9 \times \pi r^2$$

$$= (42)^2 - 9 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 1764 - 1386$$

$$= \boxed{378 \text{ cm}^2}$$



प्रश्न-12. आकृति 12.30 में $OACB$ केन्द्र O और त्रिज्या 3.5 cm वाले एक वृत्त का चतुर्थांश है। यदि $OD = 2 \text{ cm}$ है, तो निम्नलिखित का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

(i) चतुर्थांश $OACB$

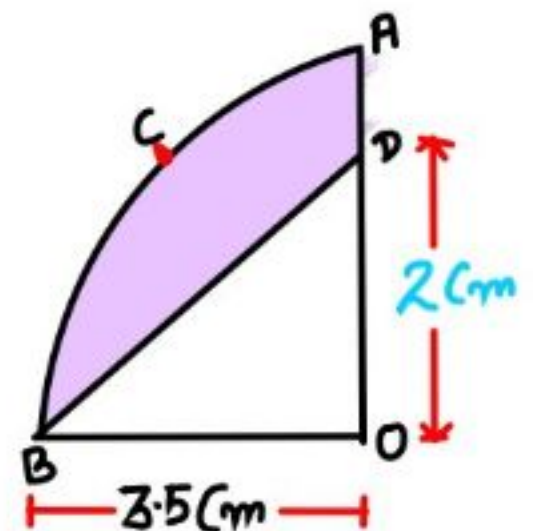
(ii) छायांकित भाग

(i) चतुर्थांश $OACB$

$$= \frac{1}{4} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$$

$$= 5.5 \times 0.5 \times 3.5$$



$$= 9.625 \text{ cm}^2$$

(ii) छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= \text{चतुर्थास OACB का क्षेत्रफल} - \Delta BOD \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= 9.625 - \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= 9.625 - \frac{1}{2} \times 3.5 \times 2$$

$$= 9.625 - 3.5$$

$$= 6.125 \text{ cm}^2$$

प्रश्न-13. आकृति 12.31 में, एक चतुर्थास OPBQ के अन्तर्गत एक वर्ग OABC बना हुआ है। यदि $OA = 20 \text{ cm}$ है, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए।)

हल:

ΔOAB में,

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$\Rightarrow OA^2 + AB^2 = OB^2$$

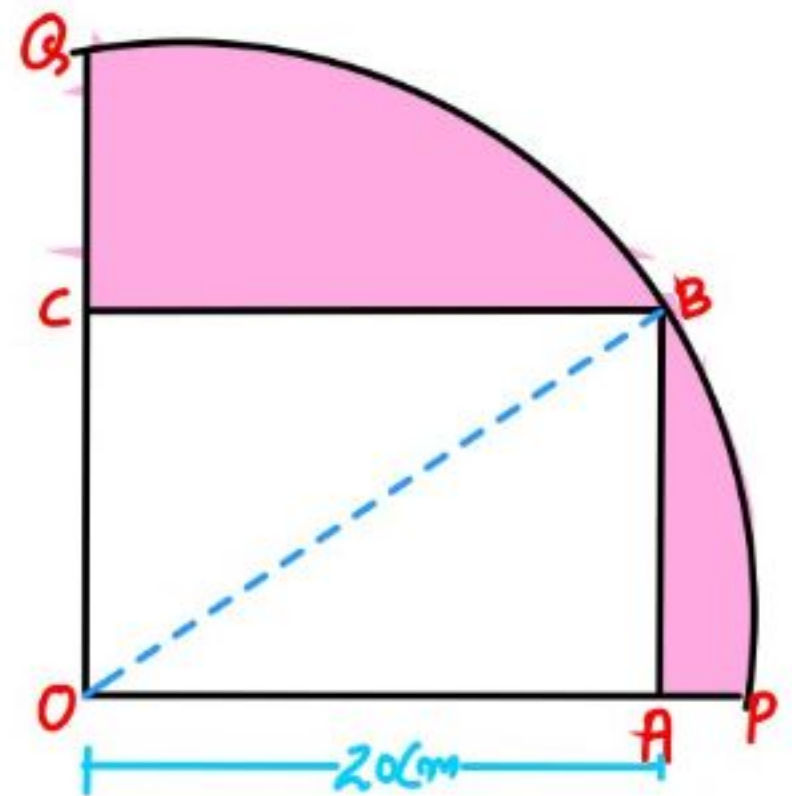
$$\Rightarrow (20)^2 + (20)^2 = OB^2$$

$$\Rightarrow 2(20)^2 = OB^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2 \times (20)^2} = OB$$

$$\Rightarrow OB = 20\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$r = 20\sqrt{2} \text{ cm}$$



छायांकित भाग का क्षेत्रफल = चतुर्थास का क्षेत्रफल - वर्ग का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{4} \pi r^2 - (\text{भुजा})^2$$

$$\frac{1}{4} \times 3.14 \times 20\sqrt{2} \times 20\sqrt{2} - (20)^2$$

$$= (314 \times 2) - 400$$

$$= 628 - 400$$

$$= 228 \text{ cm}^2$$

प्रश्न-14 AB और CD केन्द्र O तथा त्रिज्याओं 21cm और 7cm वाले दो संकेद्रीय वृत्तों के क्रमशः दो चाप हैं (देखिए आकृति 12.32)। यदि $\angle AOB = 30^\circ$ हैं, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:-

छायांकित भाग का क्षेत्रफल

= बड़े वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल - छोटे वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r_1^2 - \frac{\theta}{360} \times \pi r_2^2$$

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi \times [r_1^2 - r_2^2]$$

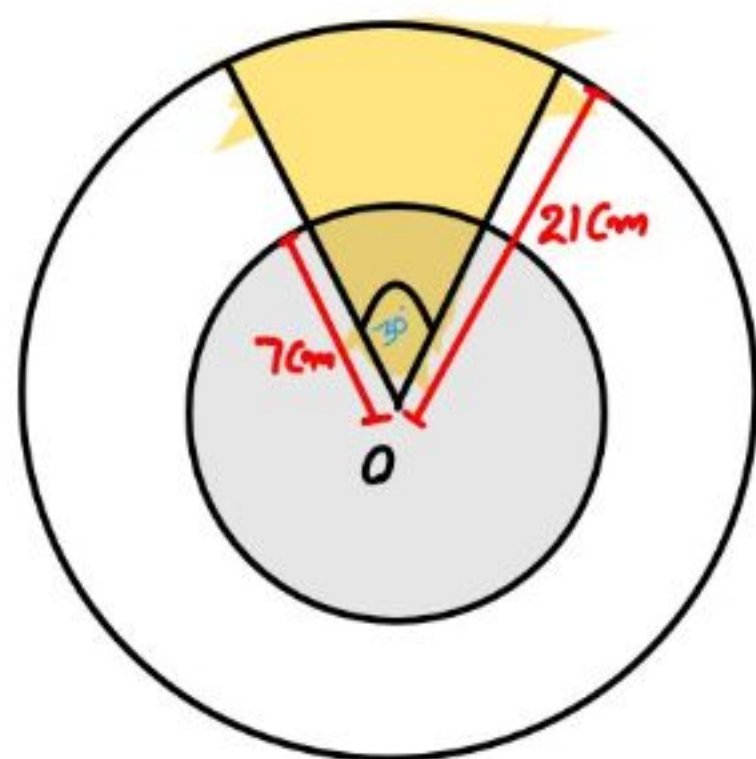
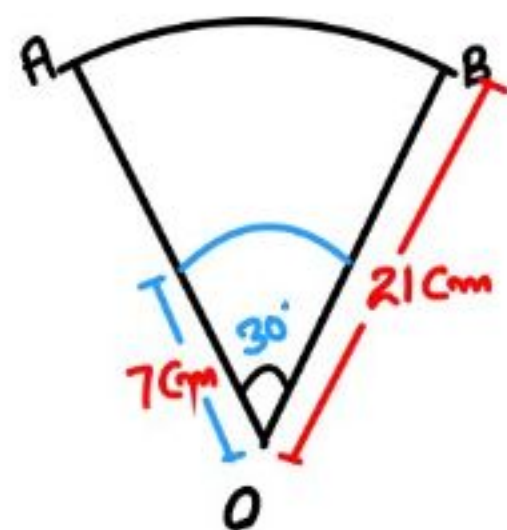
$$= \frac{30}{360} \times \frac{22}{7} \times [(21)^2 - (7)^2]$$

$$= \frac{1}{12} \times \frac{22}{7} \times (441 - 49)$$

$$= \frac{11}{6 \times 7} \times 392$$

$$= \frac{308}{3} \text{ cm}^2$$

$$= 102.66 \text{ cm}^2$$



प्रश्न-15. आकृति 12.33 में, ABC त्रिज्या 14cm वाले एक वृत्त का चतुर्थांश है तथा BC को व्यास मान कर एक अर्धवृत्त खींचा गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

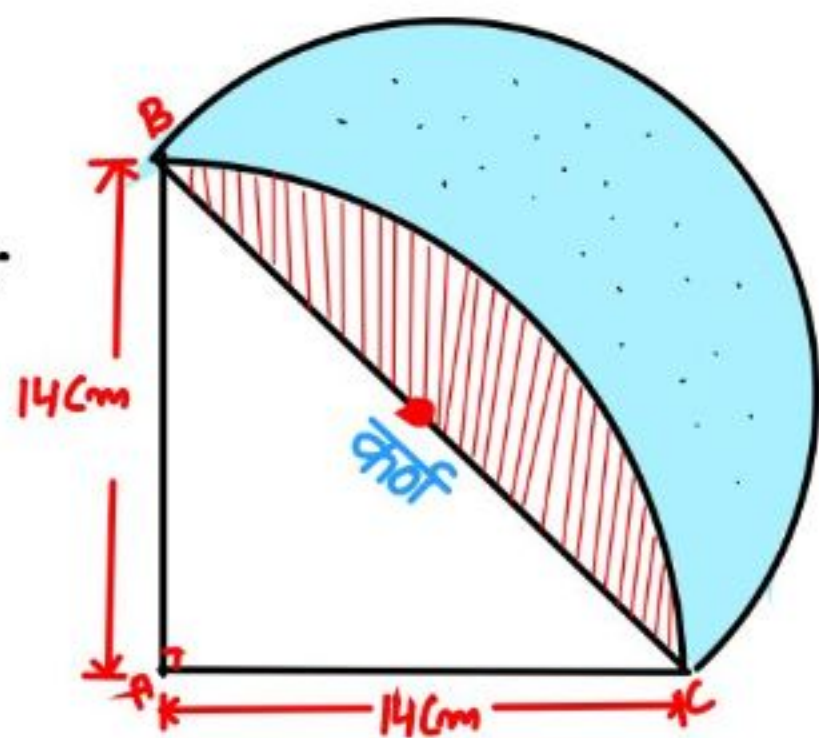
हल:-

वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल =

= त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल - ΔABC का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 - \frac{1}{2} \times 14 \times 14$$



$$= 154 - 98$$

$$= \boxed{56 \text{ cm}^2}$$

ΔABC में, पाइथागोरस प्रमेय से,

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$(BC)^2 = (14)^2 + (14)^2$$

$$(BC)^2 = 2 \times (14)^2$$

$$BC = \sqrt{2 \times (14)^2}$$

$$BC = 14\sqrt{2} \text{ cm}$$

अर्द्धवृत्त की त्रिज्या, $r = \frac{BC}{2} = \frac{14\sqrt{2}}{2} = \boxed{7\sqrt{2} \text{ cm}}$

घायांकित भाग का क्षेत्रफल =

अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल - वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \pi r^2 - 56$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} - 56$$

$$= 77 \times 2 - 56$$

$$= 154 - 56$$

$$= \boxed{98 \text{ cm}^2}$$

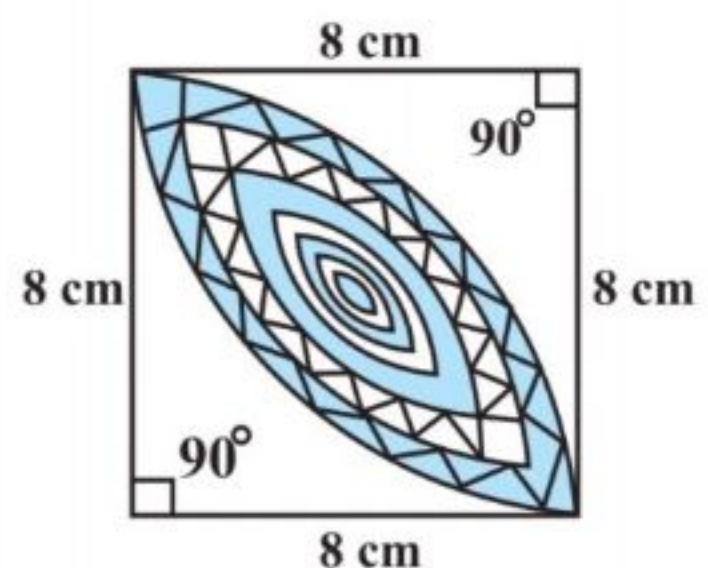
प्रश्न-16 आकृति 12.34 में, घायांकित डिज़ाइन का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जो 8 cm त्रिज्याओं वाले दो वृत्तों के चतुर्थांशों के बीच उभयनिष्ठ है।

हल :-

वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल =

त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र - त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$



$$= \frac{90}{360} \times 3.14 \times 8 \times 8 - \frac{1}{2} \times 8 \times 8$$

$$= 6.28 \times 8 - 4 \times 8$$

$$= 8 [6.28 - 4]$$

$$= 8 \times 2.28$$

$$= \boxed{18.24 \text{ cm}}$$

डिजाइन का क्षेत्रफल = 2x वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल

$$= 2 \times 18.24$$

$$= \boxed{36.48 \text{ cm}}$$
